

数学甲子園 2012

第5回 全国数学選手権大会

予選

競技上の注意

1. 開始の合図があるまで問題用紙を開かないでください。
2. 制限時間は60分です。
3. 競技中は他の人と相談することはできません。
4. 電卓・定規・コンパス・数学辞書・電子辞書・参考書等を使用することができません。
5. 途中提出することはできません。

解答上の注意

1. 解答用紙には答えだけを書いてください。
2. 答えが分数になるとき、約分してもっとも簡単な分数にしてください。
3. 答えに根号が含まれるとき、根号の中の数はもっとも小さい正の整数にしてください。

下記の「個人情報の取扱い」についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【このフォームでお預かりするすべての個人情報の取扱いについて】

1. 事業者の氏名又は名称 財団法人日本数学検定協会
2. 個人情報保護管理者（若しくはその代理人）の氏名又は職名、所属及び連絡先管理者職名：個人情報保護管理者
所属部署：広報・IT部 連絡先：電話 03-5812-8340
3. 個人情報の利用目的 「数学甲子園2012」の参加者情報の管理、採点、本人確認のため
4. 個人情報の第三者への提供 参加者の紹介のため、氏名、学校名、都道府県名、写真、動画等を、当財団の広報誌、公式サイトやマスコミ等を通じて、広く一般的に提供することがあります。
5. 個人情報取り扱いの委託 前項利用目的の範囲に限って個人情報を外部に委託することがあります。
6. 個人情報の開示等の請求 ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して、大会実行委員に申し出ることができます。
「数学甲子園」実行委員会 03-5812-8340 koshien@su-gaku.net
7. 個人情報を提供されることの任意性について ご本人様が当財団に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合、適切な対応ができない場合があります。



財団法人 日本数学検定協会

The Mathematics Certification Institute of Japan

数学甲子園 2012 予選

問題1. $a^3 - 12a^2b + 48ab^2 - 64b^3$ を因数分解しなさい。

問題2. $x = 2 - \sqrt{2}$ とするとき、次の計算をしなさい。

$$x + \frac{2}{x}$$

問題3. 2次方程式 $3x^2 + 6x - 1 = 0$ の2つの解を α , β とするとき、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めなさい。

問題4. 次の等式を満たす正の整数 n の値を求めなさい。

$${}_nC_3 = 364$$

問題5. $AB = 5$, $BC = 19$, $CA = 16$ を満たす $\triangle ABC$ があります。このとき、 $\angle A$ の大きさは何度ですか。

問題6. 次の定積分を求めなさい。

$$\int_{-2}^1 (x^2 - 2x + 1) dx$$

問題7. 空間の2点A(1, -2, -8), B(-1, 1, -2)について, ベクトル \overrightarrow{AB} の大きさ $|\overrightarrow{AB}|$ を求めなさい。

問題8. 次の方程式の実数解を求めなさい。

$$\log_3(x-2)^3 = 6$$

問題9. 次の方程式を解きなさい。

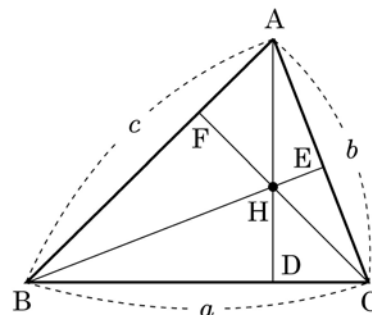
$$x^3 - 4x^2 + 2x + 4 = 0$$

問題10. 次の計算をきなさい。

$$\sum_{k=11}^{30} (k+3)$$

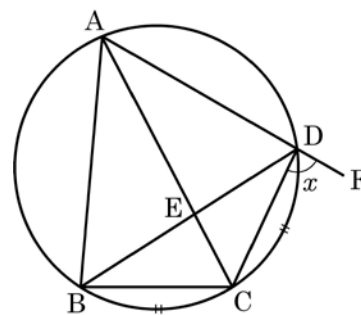
問題 11. $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{5}$ のとき, $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$ の値を求めなさい。ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とします。

問題 12. 右の図のような鋭角三角形ABCがあり, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とします。△ABCの垂心をHとし, 直線AH, BH, CHと辺BC, CA, ABとの交点をそれぞれD, E, Fとします。このとき, $AD : BE : CF$ を a, b, c を用いて表しなさい。



問題 13. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の数字を1つずつ使い, それらが無作為に並べて9けたの整数をつくります。このとき, 9けたの整数が9の倍数になる確率を求めなさい。

問題 14. 右の図のように, 4点A, B, C, Dが円の周上にあります。ACとBDとの交点をE, ADをDの方向に延長した先の点をFとし, $\angle CDF = x$ とします。 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき, x と等しい角をすべて求めなさい。



問題 15. 関数 $y = |x^2 - 3x| + 2x - 1$ のグラフと直線 $y = k$ が4個の共有点をもつように, 定数 k の値の範囲を定めなさい。

問題 16. xy 平面上に 2 点 $A(3, 0)$, $B(0, 2)$ があります。このとき、次の等式を満たす点 P の軌跡を求めなさい。

$$2AP^2 - BP^2 = 10$$

問題 17. 0 でない複素数 $a+bi$ (a, b は実数, i は虚数単位) とその逆数の和をとったところ、1 になりました。このような複素数 $a+bi$ をすべて求めなさい。

問題 18. 下の数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を求めなさい。

$$1, 11, 111, 1111, 11111, \dots$$

問題 19. 半径 6 cm の球に内接する円錐を考えると、円錐の体積の最大値を求めなさい。

問題 20. n を正の整数とし、次のような分数を考えます。

$$\frac{n}{1}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{3}, \frac{n+3}{4}, \frac{n+4}{5}, \dots$$

上の分数のうち、整数になるものの個数がちょうど 3 個であるような n はどのような数か答えなさい。

| | | | |
|-------|--|-------|--|
| 問題 1 | | 問題 11 | |
| 問題 2 | | 問題 12 | |
| 問題 3 | | 問題 13 | |
| 問題 4 | | 問題 14 | |
| 問題 5 | | 問題 15 | |
| 問題 6 | | 問題 16 | |
| 問題 7 | | 問題 17 | |
| 問題 8 | | 問題 18 | |
| 問題 9 | | 問題 19 | |
| 問題 10 | | 問題 20 | |

| | |
|---------|--|
| エントリーNo | |
| 学校名 | |
| チーム名 | |
| 氏名 | |

| | |
|----|-------------|
| 点数 | 採点員 チェック |
| | |